第40卷 第8期　　自 动 化 仪 表　　Vol. 40 No. 8
2019年8月　　PROCESS AUTOMATION INSTRUMENTATION　　Aug. 2019

汽车主动悬架多目标最优鲁棒控制 LMI 方法研究

段建民，黄小龙
（北京工业大学信息学部，北京 100124）

摘　要： 车辆行驶的过程中，要求行驶平顺性的垂直加速度和俯仰角加速度、悬架的动行程、车轮和路面间的动位移均较小。然而，这三个评价标准在客观上存在矛盾。为了解决半车电液主动悬架系统多目标优化控制问题、改善车辆乘坐舒适性以及行驶安全性，采用线性矩阵不等式（LMI）方法进行约束优化，设计鲁棒 H_∞ 最优状态反馈控制器。将汽车主动悬架的控制输出问题归结为鲁棒干扰抑制问题，最小化系统的性能输出，减少垂直加速度和俯仰角加速度。对悬架行程约束和接地性约束，采用 Shur 引理转化求解有 LMI 约束的问题，求出全状态最优控制律。仿真中假设平整路面上有一个包块，作为路面扰动脉冲输入。与被动悬架在时域和频域仿真结果对比，该控制方案在舒适性与操纵稳定性方面均得到改进，较好地解决了舒适性与操纵稳定性指标之间的矛盾。

关键词： 汽车主动悬架；性能约束；多目标优化；状态反馈控制；鲁棒控制；残性矩阵不等式；路面扰动抑制
中图分类号： TH-39　　**文献标志码：** A　　DOI：10.16086/j.cnki.issn1000-0380.2018070029

Research on LMI Method for Multi-Objective Optimal Robust Control of Vehicle Active Suspensions

DUAN Jianmin，HUANG Xiaolong
（Faculty of Information Technology，Beijing University of Technology，Beijing 100124，China）

Abstract: In the process of vehicle moving，the vertical acceleration，the pitch angular acceleration，the dynamic travel of the suspension，and the dynamic displacement between the wheel and the road surface are required to be small，however，the three evaluation standards are objectively contradictory. In order to solve the problem of multi-objective optimization control of vehicle electro-hydraulic active suspension system and improve ride comfort and safety，the linear matrix inequality（LMI） is used for constraint optimization，and to design robust optimal state-feedback controller. The control output problem of active suspension is attributed to the problem of robust interference suppression，which minimizes the performance output of the system，and reduces the vertical and the pitch angle accelerations. For suspension travel constraints and grounding constraints，Shur lemma transformation is used to solve LMI constrained problems. The optimal control law of the whole state is obtained. In simulation，it is assumed that a bump on the flat road，as the road disturbance pulse input. Compared with the simulation results of the passive suspension in the time and frequency domains，the comfort and handling stability of the new control scheme contrast have been improved，and the contradiction between comfort and handling stability index are solved better.

Keywords: Vehicle active suspension；Performance constraints；Multi-objective optimization；State feedback control；Robust control；Linear matrin inequality（LMI）；Road surface disturbance suppression

0　引言

1/4 车辆悬架模型无法反映前后悬架之间的联动关系。而在半车悬架协同控制中，要求反映行驶平顺性的垂直加速度和俯仰角加速度值小、悬架的动行程只能在给定的行程内变化、车轮和路面间的动位移较小，使车轮和路面具有良好的附着效果。但这三个评价标准在客观上存在矛盾[1]。为解决此问题：文献[2]利用模糊 PID 控制车身加速度和悬架动挠度，未对其他性能作约束，鲁棒性能差；在其他控制方法中，神经网络控制系统的学习过程较长、适应性和实时性较差，线性二次高斯（linear quadratic Gaussian，LQG）控制很难选择合适的加权值，将其性能限制在范围内[3]。

刘树博[4]利用差分进化和矩阵不等式（differential evolution and linear matrix inequality，DELMI）算法对主动悬架单目标输出反馈控制进行研究。ZHENG 等[5]研究具有执行器容错的 1/4 主动悬架系统有限频率控制问题。LI 等[6]研究 1/4 悬架鲁棒反馈控制器的设

收稿日期：2018-07-16

作者简介：段建民（1959—），男，博士，教授，主要从事汽车电控技术的研究工作，E-mail：jmduan@bjut.edu.cn；
黄小龙（通信作者），男，在读博士研究生，主要从事汽车主动悬架控制技术的研究工作，E-mail：talltree2008@aliyun.com

计问题。WANG 等[7]针对全车主动悬架系统，在有限频率范围内，给出了动态输出反馈控制器设计方法。

针对汽车主动悬架系统中性能指标存在相互制约的特性，以 4 自由度(degree of freedom，DOF) 半车电液主动悬架模型作为研究对象，设计出一种基于矩阵不等式(linear matrix inequality，LMI) 的多目标最优鲁棒控制器。该控制方法不仅考虑系统鲁棒稳定性的问题，而且综合考虑舒适性、悬架行程约束和接地性，对这些性能指标进行优化约束。仿真结果表明，该控制方案与被动悬架和单目标鲁棒状态反馈控制相比，在舒适性与操纵稳定性方面得到改进。

1　运动方程

半车四自由度主动悬架动力学模型如图 1 所示。半车身质量和俯仰运动的转动惯量分别用 m_2、I_φ 表示; 前、后轮的非簧载质量分别用 m_{1f}、m_{1r}表示; 前悬架产生的弹性力和阻尼力分别由 k_{sf}、c_{sf}表示; 后悬架产生的弹性力和阻尼力分别由 k_{sr}、c_{sr} 表示; 前、后轮胎产生的弹性力分别为 k_{tf}、k_{tr}; 车身绕 y 轴俯仰角为 φ; 前、后簧下质量位移分别由 z_{uf}、z_{ur} 表示; 前、后路面扰动位移输入分别由 z_{rf}、z_{rr} 表示; 前、后悬架组件纵向距离到车身质心的距离分别由 a、b 表示; 前、后悬架控制力分别由 u_f、u_r 表示。

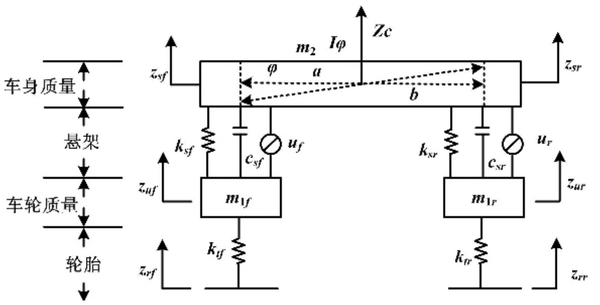


图 1　半车 4 自由度主动悬架动力学模型

Fig. 1　The 1/2 vehicle active suspension dynamic model with 4 DOF

根据牛顿第二定律，可获得半车悬架系统动态微分方程如下:

$$\begin{cases} u_r(t)+u_f(t)=m_2\ddot{z}_c(t)+k_{sf}[z_{sf}(t)-z_{uf}(t)]+c_{sf}[\dot{z}_{sf}(t)-\dot{z}_{uf}(t)]+k_{sr}[z_{sr}(t)-z_{ur}(t)]+c_{sr}[\dot{z}_{sr}(t)-\dot{z}_{ur}(t)] \\ au_f(t)+bu_r(t)=I_\varphi\ddot{\varphi}(t)-ak_{sf}[z_{sf}(t)-z_{uf}(t)]-ac_{sf}[\dot{z}_{sf}(t)-\dot{z}_{sf}(t)-\dot{z}_{uf}(t)]+bk_{sr}[z_{sr}(t)-z_{ur}(t)]+ \\ \qquad bc_{sr}[\dot{z}_{sr}(t)-\dot{z}_{ur}(t)] \\ -u_f(t)=m_{1f}\ddot{z}_{uf}(t)-k_{sf}[z_{sf}(t)-z_{uf}(t)]-c_{sf}[\dot{z}_{sf}(t)-\dot{z}_{uf}(t)]+k_{1f}[z_{uf}(t)-z_{rf}(t)] \\ -u_r(t)=m_{1r}\ddot{z}_{ur}(t)-k_{sr}[z_{sr}(t)-z_{ur}(t)]-c_{sr}[\dot{z}_{sr}(t)-\dot{z}_{ur}(t)]+k_{1r}[z_{ur}(t)-z_{rr}(t)] \end{cases} \tag{1}$$

当俯仰角 φ 较小时，可以近似得到:

$$z_{sf}(t)=z_c(t)-a\varphi(t) \tag{2}$$

$$z_{sr}(t)=z_c(t)+b\varphi(t) \tag{3}$$

对式(1) ~ 式(3) 作变换，可以得到:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_{sf}(t)&=\ddot{z}_c(t)-a\ddot{\varphi}(t)=\delta_1\{u_f(t)-k_{sf}[z_{sf}(t)-z_{uf}(t)]-c_{sf}[\dot{z}_{sf}(t)-\dot{z}_{uf}(t)]\}+ \\ &\qquad \delta_2\{u_r(t)-k_{sr}[z_{sr}(t)-z_{ur}(t)]-c_{sr}[\dot{z}_{sr}(t)-\dot{z}_{ur}(t)]\} \\ \ddot{z}_{sr}(t)&=\ddot{z}_c(t)+b\ddot{\varphi}(t)=\delta_2\{u_f(t)-k_{sf}[z_{sf}(t)-z_{uf}(t)]-c_{sf}[\dot{z}_{sf}(t)-\dot{z}_{uf}(t)]\}+ \\ &\qquad \delta_3\{u_r(t)-k_{sr}[z_{sr}(t)-z_{ur}(t)]-c_{sr}[\dot{z}_{sr}(t)-\dot{z}_{ur}(t)]\} \end{aligned} \tag{4}$$

式中: $\delta_1=\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{a^2}{I_\varphi}$; $\delta_2=\dfrac{1}{m_2}-\dfrac{ab}{I_\varphi}$; $\delta_3=\dfrac{1}{m_2}+\dfrac{b^2}{I_\varphi}$。

定义: 状态变量 $x_1(t)=z_{sf}(t)-z_{uf}(t)$ 为前悬架动行程; $x_2(t)=z_{sr}(t)-z_{ur}(t)$ 为后悬架动行程; $x_3(t)=z_{uf}-z_{rf}(t)$ 为前轮胎动变形; $x_4(t)=z_{ur}(t)-z_{rr}(t)$ 为后轮胎动变形; $x_5(t)=\dot{z}_{sf}(t)$ 为前簧载质量的绝对速度; $x_6(t)=\dot{z}_{sr}(t)$ 为后簧载质量的绝对速度; $x_7(t)=\dot{z}_{uf}(t)$ 为前非簧载质量的绝对速度; $x_8(t)=\dot{z}_{ur}(t)$ 为后非簧载质量的绝对速度; $\boldsymbol{w}(t)=[\dot{z}_{rf}(t)\quad \dot{z}_{rr}(t)]^{\mathrm{T}}$ 为外界干扰。

根据式(1) 和式(4) ，可得如下的状态空间形式:

$$\dot{x}=A\boldsymbol{x}+B_1\omega+B_2\boldsymbol{u} \tag{5}$$

式中: $\boldsymbol{x}=[x_1(t)\quad x_2(t)\quad x_3(t)\quad x_4(t)\quad x_5(t)\quad x_6(t)\quad x_7(t)\quad x_8(t)]^{\mathrm{T}}$。

$$\boldsymbol{u}(t)=[u_f(t)\quad u_r(t)]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 0_{4\times4} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 & \delta_2 & \frac{1}{m_{1f}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_2 & \delta_3 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{a}_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{a}_{21} = \begin{bmatrix} -\delta_1 k_{sf} & -\delta_2 k_{sr} & 0 & 0 \\ -\delta_2 k_{sf} & -\delta_3 k_{sr} & 0 & 0 \\ \frac{k_{sf}}{m_{1f}} & 0 & -\frac{-k_{1f}}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{sf}}{{}_{1r}} & 0 & -\frac{k_{tr}}{m_{1r}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{a}_{22} = \begin{bmatrix} -\delta_1 c_{sf} & -\delta_2 c_{sr} & -\delta_1 c_{sf} & -\delta_2 c_{sr} \\ -\delta_2 c_{sf} & -\delta_3 c_{sr} & -\delta_2 c_{sf} & -\delta_3 c_{sr} \\ \frac{c_{sf}}{m_{1f}} & 0 & -\frac{c_{sf}}{m_{1f}} & 0 \\ 0 & \frac{c_{sr}}{m_{1r}} & 0 & -\frac{c_{sr}}{m_{1r}} \end{bmatrix}$$

在半车主动悬架控制器设计中，需要考虑如下的性能要求。

①舒适性[8-9]：车辆的舒适性与车身的垂直和俯仰角加速度紧密相关。因此，避免路面不平对车身的冲击，在需要合适的主动控制力同时减少 $\ddot{z}_c$ 和 $\ddot{\varphi}$ 的数值。定义第一组控制输出：

$$z_1(t) = \begin{bmatrix} \ddot{z}_c(t) \\ \ddot{\varphi}(t) \end{bmatrix} \tag{6}$$

②悬架行程约束：悬架行程在安全的行程范围内满足式(7)。

$$\begin{cases} | z_{sf}(t) - z_{uf}(t) | \leqslant z_{f,\max} \\ | z_{sr}(t) - z_{ur}(t) | \leqslant z_{r,v\max} \end{cases} \tag{7}$$

式中：$Z_{f,\max}$、$Z_{r\max}$ 分别为前、后悬架最大行程值。

③接地性：实现操纵稳定性需满足式(8)。

$$\begin{cases} | k_{sf} [z_{uf}(t) - z_{rf}(t)] | \leqslant F_f \\ | k_{sr} [z_{ur}(t) - z_{rr}(t)] | \leqslant F_r \end{cases} \tag{8}$$

式中：F_f、F_r 分别为前、后轮胎的静载。

$$F_r(a + b) = m_2 g a + m_{1r} g(a + b)$$

$$F_f + F_r = (m_2 + m_{1f} + m_{1r}) g$$

定义第二组控制输出：

$$z_2(t) = \left[\frac{z_{sf}(t) - z_{uf}(t)}{z_{f,\max}} \times \frac{x_{sf}(t) - z_{ur}(t)}{z_{r,\max}} \times \frac{k_{sf} [z_{uf}(t) - z_{rf}(t)]}{F_f} \times \frac{k_{sr} [z_{ur}(t) - z_{rr}(t)]}{F_r} \times \frac{u_1(t)}{u_{1\max}} \times \frac{u_2(t)}{u_{2\max}} \right]^{\mathrm{T}} \tag{9}$$

式(9)包含着对式(7)和式(8)的性能约束。这时可以得到含外部扰动输入的半车主动悬架系统的状态空间方程式：

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 \omega + B_2 u \\ z_1 = C_1 x + D_{12} u \\ z_2 = C_2 x + D_{22} u \\ y = Cx \end{cases} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{C}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{k_{sf}}{m_2} & -\frac{k_{sr}}{m_2} & 0 & 0 & -\frac{c_{sf}}{m_2} & -\frac{c_{sr}}{m_2} & \frac{c_{sf}}{m_2} & \frac{c_{sr}}{m_2} \\ \frac{a k_{sf}}{I_\varphi} & -\frac{b k_{sr}}{I_\varphi} & 0 & 0 & \frac{a c_{sf}}{I_\varphi} & -\frac{b c_{sr}}{I_\varphi} & -\frac{a c_{sf}}{I_\varphi} & \frac{b c_{sr}}{I_\varphi} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D}_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_2} & \frac{1}{m_2} \\ -\frac{a}{I_\varphi} & \frac{b}{I_\varphi} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{z_{f,\max}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{z_{z,\max}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_{sf}}{F_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_{sr}}{F_r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0_{2\times1} & 0_{2\times1} & 0_{2\times1} & 0_{2\times1} & 0_{2\times1} & 0_{2\times1} & 0_{2\times1} & 0_{2\times1} \end{bmatrix}$$

$$D_{22} = \begin{bmatrix} 0_{4\times1} & 0_{4\times1} \\ \frac{1}{u_{1\max}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{u_{2\max}} \end{bmatrix}$$

假设主动悬架系统所有状态皆可被在线测量，则设计控制律为：

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{K} x(t) \tag{11}$$

式中：K 为状态反馈增益系数矩阵。

由此可以得到如下的闭环系统：

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + B_2 K) x + B_1 \omega \\ z_1 = (C_1 + D_{12} K) x \\ z_2 = (C_2 + D_{22} K) x \end{cases} \tag{12}$$

系统是渐近稳定的，使闭环系统内稳定且使传递函数 $T_{z,w}$ 的范数 H_∞ 最小化，即：

$$\| T_{z,w}(s) \|_\infty = \| (C_1 + D_{12} K) [sI - (A + B_2 K)]^{-1} B_1 \|_\infty < \gamma$$

2　改进型多目标优化控制算法设计

对于主动电控悬架系统，根据性能指标，半车全状态多目标最优 H_∞ 控制器的的状态反馈增益系数可通过以下定理求取。

定理 1 在 1/2 的主动悬架系统（10），对于给定常数 ρ，如果存在一个对称矩阵 $\bar{P}_1>0$ 和适当维数的矩阵 $\bar{K}$ 并满足：

$$\begin{bmatrix} A\bar{P}_1+B_2\bar{K}+(A\bar{P}_1+B_2\bar{K})^{\mathrm{T}} & B_1 & (C_1\bar{P}_1+D_{12}\bar{K})^{\mathrm{T}} \\ B_1^{\mathrm{T}} & -I & 0 \\ C_1\bar{P}_1+D_{12}\bar{K}K & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}<0 \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{\rho}I & \{C_2\}_i\bar{P}_1+\{D_2\}_i\bar{K} \\ * & -\bar{P}_1 \end{bmatrix}<0 \quad i=1,2,\cdots,6 \quad (14)$$

则存在一个状态反馈控制器（7）。

①在没有扰动的情况下，闭环系统（12）是渐近稳定的。

②在零初始状态下，闭环系统（12）满足：

$$\| G(j\omega) \|_{\infty}<\gamma$$

γ 的值越小，系统对外部扰动能力越强，系统的性能越好。

③约束条件（7）～（8）在路面扰动能量小于 $w_{\max}=\frac{\rho}{\gamma}$（假设 $x(0)=0$）的状况下，可以在整个时间域内得到保证。

最终，求出增益矩阵：

$$\boldsymbol{K}=\bar{K}\bar{P}_1^{-1}$$

证明：根据界实定理第四形式可知，闭环系统内稳定且具有 H_{∞} 性能 γ，当且仅当存在一个正定 $P>0$，使得：

$$\begin{bmatrix} (A+B_2K)^{\mathrm{T}}P+P(A+B_2K) & PB_1 & (C_1+D_{12}K)^{\mathrm{T}} \\ B_1^{\mathrm{T}}P & -\gamma I & 0 \\ C_1+D_{12}K & 0 & -\gamma I \end{bmatrix}<0 \quad (15)$$

对不等式（15）左乘和右乘对角矩阵 $\boldsymbol{J}_1=diag\{\gamma^{\frac{-1}{2}}I,\gamma^{\frac{-1}{2}},\gamma^{\frac{1}{2}}\}$ 进行全等变换，并定义 $\bar{P}=\gamma^{-1}P$。则不等式（15）可以转化为一个等价的矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix} (A+B_2K)^{\mathrm{T}}\bar{P}+\bar{P}(A+B_2K) & \bar{P}B_1 & (C_1+D_{12}K)^{\mathrm{T}} \\ B_1^{\mathrm{T}}\bar{P} & -I & 0 \\ C_1+D_{12} & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}<0 \quad (16)$$

其中存在非线性未知矩阵变量 $\bar{\boldsymbol{P}}$ 和 $\boldsymbol{K}$，对不等式（16）左乘和右乘对角矩阵 $\boldsymbol{J}_2=diag\{\bar{P}^{-1},I,I\}$ 进行全等变换：

$$\begin{bmatrix} \Pi & B_1 & (C_1\bar{P}^{-1}D_{12}K\bar{P}^{-1})^{\mathrm{T}} \\ B_1^{\mathrm{T}} & -\mathrm{I} & 0 \\ * & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}<0 \quad (17)$$

式中：$\boldsymbol{\Pi}=A\bar{P}^{-1}+B_2K\bar{P}^{-}1+(A\bar{P}^{-1}+B_2K\bar{P}^{-1})^{\mathrm{T}}$。

定义 $\bar{P}_1=\bar{P}^{-1}$ 和 $\bar{K}=K\bar{P}^{-1}$，则不等式（17）可以转化为等价的矩阵不等式（13）。

考虑控制输入和约束输出如下：

$$\max_{t\geqslant 0}|(z_2(t)\}_i|^2=\max_{t\geqslant 0}\{x^{\mathrm{T}}(t)\bar{P}^{\frac{1}{2}}\bar{P}^{\frac{1}{2}}\{C_2+D_{22}K\}_i^{\mathrm{T}}$$

$$\{C_2+D_{22}K\}_i\bar{P}^{\frac{1}{2}}\bar{P}^{\frac{1}{2}}x(t)\} \quad i=1,3,\cdots,6$$

定义 $\bar{x}(t)=\bar{P}^{\frac{1}{2}}x(t)$，设 $\bar{x}(t)^{\mathrm{T}}\bar{x}(t)>\rho$：

所以：

$$\max_{t\geqslant 0}|\{z_2(t)\}_i|^2\leqslant\rho\lambda_{\max}\begin{cases}\bar{P}^{\frac{1}{2}}\{C_2\bar{P}^{-1}+D_{22}K\bar{P}^{-1}\}_i^{\mathrm{T}} \\ \{C_2\bar{P}^{-1}+D_{22}K\bar{P}^{-1}\}_i\bar{P}^{\frac{1}{2}}\}\end{cases}$$

式中：$\lambda_{\max}\{*\}$ 为矩阵的最大特征值，$i=1,2,\cdots,6$。

如果不等式 $\rho\bar{P}^{\frac{1}{2}}\{C_2\bar{P}^{-1}+D_{22}K\bar{P}^{-1}\}^{\mathrm{T}}$、$\{C_2\bar{P}^{-1}+D_{22}K\bar{P}^{-1}\}$、$\bar{P}^{\frac{1}{2}}<I(i=1,2,\cdots6)$ 成立，则约束条件（7）～（8）就一定成立。由 Schur 补引理转化为下面的 LMI 形式：

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{\rho}I & \{C_2\}_i\bar{P}_1+\{D_2\}_i\bar{K} \\ * & -\bar{P}_1 \end{bmatrix}<0 \quad i=1,2,\cdots,6$$

可得不等式（14），证明结束。

这样，主动悬架系统（10）的全状态多目标最优 H_{∞} 控制器可以通过求解以下具有 LMI 约束和目标函数的凸优化问题得到：

$$\begin{cases}\min\gamma \\ subject \quad \bar{P}_1>0 \quad LMIs(13)-(14)\end{cases}$$

3 半车全状态多目标最优 H_{∞} 控制仿真分析

为验证所提出优化控制算法的效果，仿真中假设平整路面上有一个包块，作为路面扰动脉冲输入。路面的时域模型可表达为：

$$z_r(t)=\begin{cases}\frac{h}{2}\left[1-\cos\left(\frac{2\pi v_0}{l}t\right)\right] & 0\leqslant t\leqslant\frac{1}{v_0} \\ 0 & t>\frac{l}{v_0}\end{cases}$$

式中：$z_r(t)$ 为路面垂向位移，m；h 和 l 分别表示包块的高度和宽度，m；v_0 为恒定的车辆前进速度，m/s。

在本次仿真中，v_0 为 10 m/s、$h=0.07$ m、$I=2$ m。假设前后轮路况一样，只是存在 $\frac{(a+b)}{v_0}$ 的延时，即相差 0.3 s。

经试验仿真，发现控制器设计参数 ρ 为 0.05 时，控制效果不显著。当该值越小，效果越明显。本文选 ρ 为 0.025。

表1为半车主动悬架的模型参数。

表1　模型参数
Tab. 1　Model parameters

参数	单位	数值	参数	单位	数值
m_2	kg	500	k_{tf}	N/m	100 000
I_φ	kg·m^2	910	k_{tr}	N/m	100 000
m_{1f}	kg	30	c_{sf}	Ns/m	1 000
m_{1r}	kg	30	c_{sr}	Ns/m	1 000
a	m	1.5	$z_{f.\max}$	m	0.1
b	m	1.5	$z_{r.\max}$	m	0.1
k_{sf}	N/m	10 000	$u_{1,2\max}$	N	2 500
k_{sr}	N/m	10 000			

①根据文献[4]方法，设计主动悬架H_∞最优控制器。此方法为单目标鲁棒状态反馈控制，求出的全状态最优控制反馈增益矩阵为:

$$\boldsymbol{K}_1=\begin{bmatrix} 123 & 1\,109 & 16\,332 & 15\,163 & -2\,181 & -154 & -89 & 375 \\ 1\,109 & 123 & 15\,163 & 16\,332 & -154 & -2\,181 & 375 & -89 \end{bmatrix}$$

②本文所提控制算法。同样，根据表1车辆参数，对上述8个矩阵不等式进行求解，其中最优值γ使用mincx求解器得到为4.919，最终解出全状态最优控制反馈增益矩阵为:

$$\boldsymbol{K}_2=\begin{bmatrix} -2\,687 & 6\,337 & -6\,769 & 5\,306 & -1\,471 & 697 & -725 & -21 \\ 6\,337 & -2\,687 & 5\,306 & -6\,769 & 697 & -1\,471 & -21 & 725 \end{bmatrix}$$

性能指标均方根对比如表2所示。

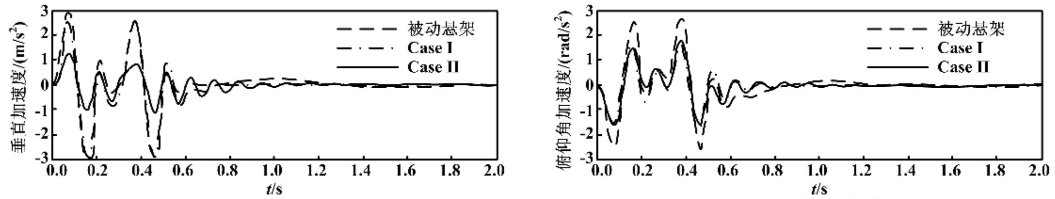
表2　性能指标均方根对比
Tab. 2　Comparison of performance index RMS

性能指标	被动悬架	主动悬架	
		Case Ⅰ	Case Ⅱ
垂直加速度/(m/s^2)	0.882 0	0.829 9	0.357 4
俯仰角加速度/(rad/s^2)	0.787 7	0.494 3	0.494 8

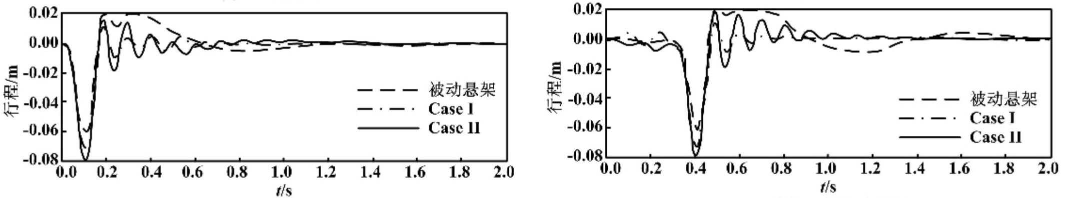
为了研究该方法的可行性，对半车被动悬架进行对比。在时域内，比较垂直加速度、俯仰角加速度、悬架动行程、控制执行力和轮胎动位移动态特性；在频域内，比较输入输出频率特性[10]。

时域响应曲线如图2所示。图2(a)和图2(b)是车身垂直加速度和俯仰角加速度的时域响应图，通过与被动悬架作比较，该方法可以同时降低垂直加速度和俯仰角加速度的值，实现扰动抑制，改善车辆行驶的舒适性。图2(c)和图2(d)是前、后悬架动行程的时域响应图，通过与被动悬架作比较，悬架的行程能够约束在最大行程之内，避免冲击限位装置。图2(e)和图2(f)为主动悬架主动控制力的时域响应图，执行机构输出控制力限制在设计值范围内，避免液压装置输出饱和。图2(g)和图2(h)为主动悬架前轮和后轮动位移的时域响应图，在前后轮经过凸包时，该动载和静载之比都小于1，可保证轮胎的接地性，实现车辆行驶的安全性。

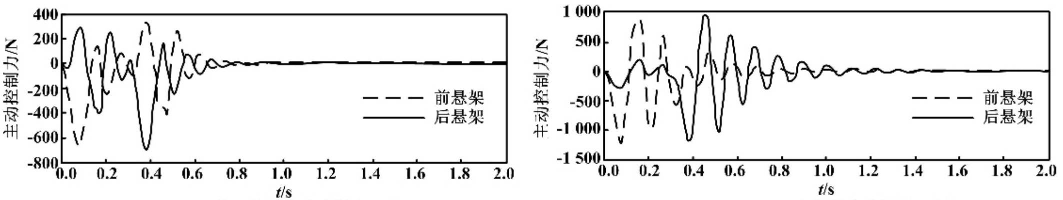
图3为被动悬架和本文设计的主动悬架控制频率响应曲线，输入分别为前轮扰动输入$\dot{z}_{rf}(t)$和后轮扰动输入$\dot{z}_{rr}(t)$，输出分别为垂直加速度$\ddot{z}_{rr}(t)$和俯仰角加速度$\ddot{\varphi}_c$。该图反映了它们之间的频率响应关系。根据ISO 2631国际平顺性标准，人体对4～8 Hz垂直振动最敏感。从频率响应曲线来看，主动悬架系统有效抑制了有限带宽范围内的车身垂向加速度和俯仰角加速度。因此，该控制方法改善了车辆行驶的舒适性。



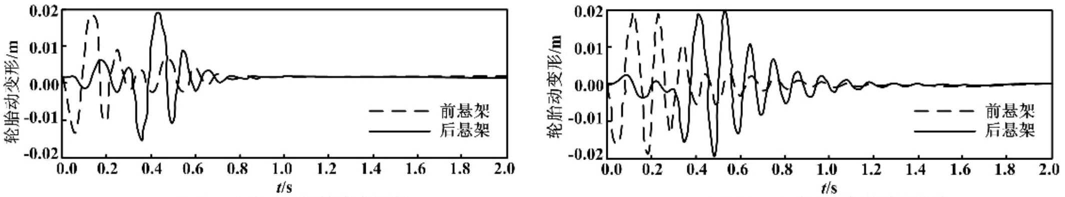
(a) 车身加速度　　(b) 俯仰角加速度



(c) 主被动前悬架行程　　(d) 主被动后悬架行程



(c) Case I 前后悬架主动控制力对比　　(f) Case II 前后悬架主动控制力对比

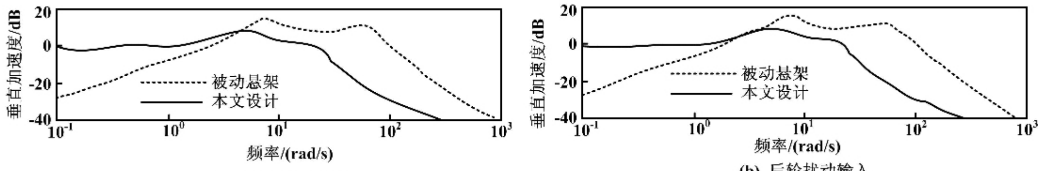


(g) Case I 主动悬架轮胎动位移　　(h) Case II 主动悬架轮胎动位移

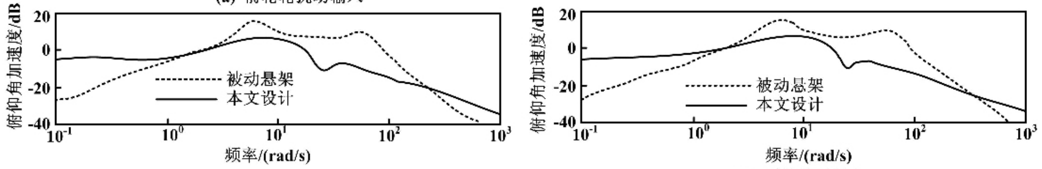
图 2　时域响应曲线

Fig. 2　Time domain response curves

被动悬架和本文主动悬架控制方法频率响应曲线如图 3 所示。



(a) 前轮轮扰动输入　　(b) 后轮扰动输入



(c) 前轮轮扰动输入　　(d) 后轮扰动输入

图 3　频率响应曲线

Fig. 3　Frequency responses curves

4　结束语

本文以 4 自由度半车电液主动悬架作为控制对象，以优化舒适性和操纵稳定性为目标，提出一种 LMI 算法。设计了全状态反馈控制律，并进行时域和频域仿真。本文得出如下结论。

①在时域进行仿真，验证本文控制方法的车身垂直加速度和俯仰加速度的值与被动悬架相比明显降低，改善了车辆行驶的舒服性；克服了文献[4]方法的缺陷，使俯仰角加速度得到降低，对垂直加速度有明显改善。

（下转第 54 页）

平台，可有效减少低压瓦斯异常排放、降低燃放低压瓦斯火炬的次数和时间、提高氢气和蒸汽资源的利用效率，为企业的节能环保、挖潜增效等发展战略提供强有力支撑。

通过将公用工程系统管控与优化相结合，可降低 5% ~8% 的燃料气管网氢含量，提升 1% ~3% 燃料气资源综合利用率，提高 7% ~9% PSA 装置收率，多产氢气 600 ~800 $\mathrm{Nm^3/h}$，提升 2% ~3% 的蒸汽资源利用率，降低蒸汽当量损失 8 ~12 t/h。

5 结束语

公用工程的运行状况直接决定炼化企业的经济效益。如何对复杂庞大的公用工程系统进行有效管理是炼化企业关注的重点。

本文针对公用工程的运行现状，结合数据软测量技术、产耗预测与调度优化技术，设计开发了公用工程智能管控平台，构建了实时监控、统计分析、绩效考核、管网模拟、产耗预测和调度优化等功能模块。通过对公用工程工艺实时数据和组成化验分析数据的采集、分析和管理，实现了从公用工程监控、统计、考核到调度操作的全面管理，确保了炼化企业能准确把握公用工程系统的运行状态，为公用工程调度操作方案的制定提供支持，实现了公用工程的精细化智能管控。

参考文献:

[1] ROSSITER A P, JONES B P. Fuel gas management and energy efficiency in oil refineries [M]. Energy Management and Efficiency for the Process Industries. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2015.

[2] 伦晓伟，刘新月，王言言. 炼厂瓦斯系统平衡及优化分析 [J]. 石油石化节能与减排，2014，4(6)：45-50.

[3] 王宽心，吴玉成，涂阳勤，等. 炼油厂燃料气系统的优化方法与应用 [J]. 自动化仪表，2018，39(8)：27-31.

[4] 苏宏业，侯卫锋. 瓦斯平衡与优化调度技术及其在节能减排上的应用 [J]. 自动化博览，2010(S1)：28-30.

[5] 张英，孟凡忠，薄德臣. 炼油加氢装置与全厂氢气系统的集成优化研究 [J]. 中外能源，2015，20(7)：76-81.

[6] 王献军，田涛，王北星. 炼油企业氢气系统优化研究 [J]. 石油石化节能与减排，2015，5(1)：22-28.

[7] 黄雪琴，龚燕，朱宏武，等. 炼化企业蒸汽动力系统优化分析方法进展综述 [J]. 节能，2010，29(5)：6-10.

[8] 张鹏飞. 石化企业蒸汽动力系统优化调度研究与应用 [D]. 杭州: 浙江大学，2016.

[9] 贾煜，张栋栋. 洛阳石化瓦斯平衡工作的探讨与实践 [J]. 河南化工，2018，35(6)：43-45.

[10] 王文，沈基显. 低压瓦斯气的合理利用 [J]. 广州化工，2010，38(9)：181-182.

(上接第 48 页)

②通过对性能指标变量进行约束，解决了在设计控制系统时如何在舒适性与操纵稳定性之间进行合理折衷的问题，确保轮胎向整车提供足够的侧向力和纵向力，实现前后悬架协同控制。

③在建立的 4 自由度半车车模型中，对频率响应进行分析，验证了该方法能有效抑制有限带宽范围内的车身垂直加速度和俯仰加速度。

参考文献:

[1] ZHOU C, XU Q, ZHAO X, et al. T-S fuzzy model based h-infinity control for 7-doF automobile electrohydraulic active suspension system [J]. Journal of Control Science & Engineering, 2017, 2017(3)：1-14.

[2] 王靖岳，王浩天，张勇. 基于模糊 PID 控制的汽车主动悬架研究 [J]. 机械科学与技术，2009，28(8)： 1047-1051.

[3] 王刚. 电动汽车悬架系统主动控制策略研究 [D]. 沈阳: 沈阳工业大学，2017.

[4] 刘树博. 基于新型优化算法的主动悬架鲁棒输出反馈控制研究 [D]. 吉林: 吉林大学，2010.

[5] 郑晓园，刘海东. 具有执行器容错的汽车主动悬架系统有限频率控制 [J]. 控制理论及应用，2017，34(9)： 1136-1142.

[6] LI H, JING X, Karimil H. Output-feedback-based H∞ control for vehicle suspension systems with control delay [J]. IEEE Transactions on Industry Electron, 2014, 61(1)：436 -446.

[7] WANG R, JING H, KARIMI H, et al. Robust fault-tolerant H∞ control of active suspension systems with finite-frequency constraints [J]. Mechanical System and Signal Processing, 2015, 62(4702)：341-355.

[8] WANG G, CHEN C, YU S. Robust non-fragile finite-frequency H∞ static output-feedback control for active suspension systems [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 91: 41-56.

[9] WANG G, CHEN C, YU S. Optimization and static output-feedback control for half-car active suspensions with constrained information [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 378: 1-13.

[10] MORADI M, FEKIH A. A stability guaranteed robust fault tolerant control design for vehicle suspension systems subject to actuator faults and disturbances [J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 2015, 23(3)： 1164 -1171.